УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТАНОВИВШЕЙСЯ РЕАКЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В ЗАМКНУТОЙ ФОРМЕ

Д. т. н. А. Б. Коханов, Д. Г. Паску, Я. В. Деревягин, Н. А. Барабанов

Одесский национальный политехнический университет
Украина, г. Одесса
denis.pasku@gmail.com

Разработанный метод удобно использовать для расчета установившейся реакции цепей любого порядка на периодическое негармоническое воздействие. Приведен пример определения установившейся реакции RL- и RC-цепей на периодическое экспофункциональное воздействие.

Ключевые слова: электрические цепи, установившаяся реакция, экспофункциональное воздействие.

Исследование характеристик как существующих, так и вновь разработанных электрических цепей позволяет решать проблемы повышения качества работы радиоаппаратуры. Важным инструментом для исследования характеристик электрических цепей являются методы анализа электрических цепей. В данной работе усовершенствован метод определения установившейся реакции электрической цепи на периодические негармонические сигналы в замкнутой форме.

Одним из известных способов определения реакции цепи на периодическую несинусоидальную функцию $e(t)$ является метод, основанный на ее разложении в ряд Фурье [1]. Тогда установившуюся реакцию можно найти методом суммирования реакций на каждую отдельную гармонику. На практике обычно ограничиваются конечным числом гармоник. В этом случае возникают погрешности, что приводит к необходимости решать проблему повышения точности [2]. Другой способ, свободный от указанных недостатков, основан на определении сумм рядов Фурье в замкнутой форме с последующим составлением таблиц периодических решений для отдельных сигналов [3]. Однако набор решений в таких таблицах ограничен. Существует также метод, основанный на теореме о нахождении установившейся периодической реакции $r_0(t)$ при нулевых начальных условиях цепи с использованием преобразования Лапласа [4], как разности между полной реакцией в первом периоде сигнала $r_1(t)$ и свободной реакцией $r_c(t)$. В указанной теореме полная реакция на воздействие в первом периоде $r_1(t)$ определяется как обратное преобразование Лапласа функции $\left[E_1(p)H(p)\right]$, где $E_1(p)$ — изображение $e_1(t)$; $e_1(t)$ — отрезок воздействующей функции включения $e(t)1(t)$ на первом периоде; $1(t)$ — единичная функция включения. Однако, как показано в [4], теорему о вычетах в полюсах передаточной функции $H(p)$ нельзя применять непосредственно. Требуется применение дополнительных операций. В частности, необходимо отбрасывание тех слагаемых, которые не имеют отношения к первому периоду, т.е. находятся при множителе $1(t–1)$. Могут быть и более сложные ситуации, когда функция $e_1(t)$ является кусочно-непрерывной. Указанные выше операции при некорректном применении могут привести к ошибке, а значит, данный метод нуждается в усовершенствовании.

Согласно теореме [4], установившаяся реакция определяется по формуле

$$\left.\begin{aligned} &r_0(t) = L^{-1}\left[E_1(p)H(p)\right] - \sum \text{вычетов}\frac{E_1(p)H(p)}{1-e^{-ap}}e^{pt} \text{ в полюсах } H(p) \text{ при } 0 \le t < a; \\ &r_0(t+ka) = r_0(t) \text{ при } ka \le t < (k+1)a, \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

где L^{-1} — обратное преобразование Лапласа; a — период функции; k — целое число.

Из (1) следует, что полная реакция $r_1(t)$ на первом периоде может быть представлена как реакция цепи на непериодическое воздействие $e_1(t)$ и может быть найдена любым известным методом. Для определения $r_1(t)$ при нулевых начальных условиях нами предлагается использовать метод интеграла Дюамеля, как наиболее удобный (с точки зрения определения переходной характеристики $h(t)$).

Разработанный метод удобно использовать для расчета установившейся реакции цепей любого порядка на периодическое негармоническое (рис. 2) воздействие. Например, определим установив-

шуюся реакцию *RL*-цепи (рис. 1) на периодическое (с периодом *T*) экспофункциональное воздействие (рис. 2). На схемах рис. 1 и рис. 3 R_1 характеризует добротность *L* и *C*.

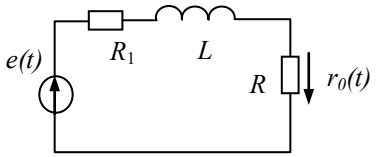

Рис. 1

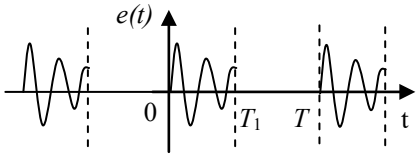

Рис. 2

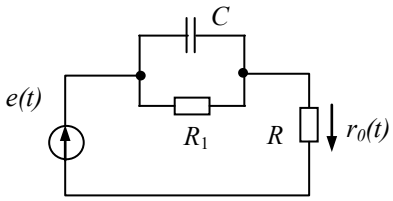

Рис. 3

На интервале [0, *T*] воздействие $e_1(t)$, прикладываемое к цепи, состоит из двух частей:

а) на интервале [0, T_1] содержится часть сигнала равная $U_m \exp(-\lambda_1 t)\sin(\omega t + \varphi_1)$;

б) на интервале [T_1, *T*] значение сигнала равно нулю.

На интервале [0, *T*] функцию $e_1(t)$ можно представить в виде

$$e_1(t) = U_m \exp(-\lambda_1 t)\sin(\omega t + \varphi_1)\left[1(t) - 1(t - T_1)\right].$$

Тогда, установившаяся реакция $r_0(t)$ *RL*-цепи на интервале [0, *T*] будет состоять из двух частей:

а) на интервале [0, T_1] установившаяся реакция цепи $r_0(t) = r_{0a}(t)$ согласно (1) будет равна

$$r_{0a}(t) = \exp(-\lambda_1 t)\left\{\frac{U_m R}{L}\exp\left(-\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)t\right)\left[\exp\left(\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)t\right)\cos\varphi_1\frac{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)\sin\omega t - \omega\cos\omega t}{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2+\omega^2}+\right.\right.$$

$$\left.+\exp\left(\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)t\right)\sin\varphi_1\frac{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)\cos\omega t + \omega\sin\omega t}{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2}-\frac{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)\sin\varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2+\omega^2}+\frac{\omega\cos\varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2+\omega^2}\right]-$$

$$\left.-\frac{U_m R}{L}\exp\left(-\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)t\right)\frac{-\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)\sin\varphi_1+\omega\cos\varphi_1}{\left[\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2+\omega^2\right]\left[1-\exp\left(\frac{R_1+R}{L}T\right)\right]}\left[1-\exp\left(\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)T_1\right)\right]\right\};$$

б) аналогичным образом, определяется установившаяся реакция цепи $r_0(t) = r_{0b}(t)$ на интервале [T_1, *T*].

Для всех других интервалов времени согласно (1) $r_0(t+kT) = r_0(t)$. Аналогичным образом рассчитывается установившаяся реакция *RC*-цепи (рис. 3) для интервала [0, *T*].

Таким образом, с помощью предложенного усовершенствованного метода определена установившаяся реакция RL- и RC-цепей на периодическое экспофункциональное воздействие.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы.— Москва: Высшая школа, 2000.— 462 с.

2. Горбачев М. Н. Энергетический анализ периодических процессов в цепи RL при негармоническом входном напряжении // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова.— Одесса.— 2004.— №1.— С. 59—62.

3. Заездный А. М., Гуревич И. В. Основы расчета радиотехнических цепей.— Москва: Связь, 1968.— 445 с.

4. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей.— Москва: Госэнергоиздат, 1963.— 545 с.

O. B. Kokhanov, D. G. Pascu, Y. V. Dereviagin, M. O. Barabanov

Improvement of the method for determining the electric circuits steady-state reaction in closed form.

The developed method is convenient for calculation of the steady-state reaction of circuits of any order to periodic non-harmonic effects. The paper presents an example of determining the steady-state reaction of RL- and RC-circuits to periodic expofunctional excitation.

Keywords: electrical circuits, steady-state reaction, expofunctional excitation.